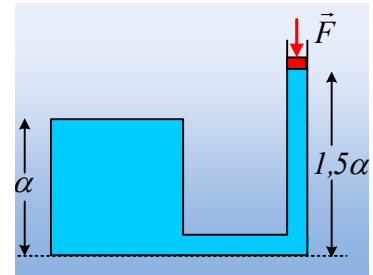


Η δύναμη, η πίεση και η αρχή του Pascal.

Το δοχείο κυβικού σχήματος πλευράς α είναι γεμάτο με νερό. Το δοχείο συνδέεται με σωλήνα διατομής Α, όπως στο σχήμα, όπου το νερό φτάνει σε ύψος 1,5α. Ο σωλήνας φράσσεται με έμβολο βάρους w, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Αν p_{ατ} η ατμοσφαιρική πίεση, ρ η πυκνότητα του νερού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας:



i) Η πίεση του νερού σε σημείο πολύ κοντά στην βάση του δοχείου, έχει τιμή:

α) $p = p_{ατ} + ρgα$, β) $p = p_{ατ} + 1,5ρgα$, γ) $p = p_{ατ} + w + 1,5ρgα$, δ) $p = p_{ατ} + w/A + 1,5ρgα$.

ii) Αν ασκήσουμε στο έμβολο κατακόρυφη δύναμη F, μέτρου F=3w, όπου w το βάρος του εμβόλου, τότε η δύναμη που ασκείται από το νερό στην πάνω έδρα του κύβου, αυξάνεται κατά:

α) 3w, β) $\frac{3w}{A}$, γ) $\frac{3w}{A} \cdot α^2$, δ) $\frac{4w}{A} \cdot α^2$

Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, το οποίο ισορροπεί.

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_v = F_{ατ} + w \text{ ή } p_l \cdot A = p_{ατ} \cdot A + w \text{ ή}$$

$$p_l = p_{ατ} + \frac{w}{A}$$

Όπου p_l η πίεση του νερού στην κάτω επιφάνεια του εμβόλου.

Έστω ένα σημείο K του υγρού σε επαφή με το έμβολο και ένα δεύτερο σημείο Λ σε επαφή με την κάτω έδρα του κύβου. Για τις πιέσεις στα σημεία αυτά ισχύει:

$$p_{\Lambda} - p_K = \rho gh \rightarrow$$

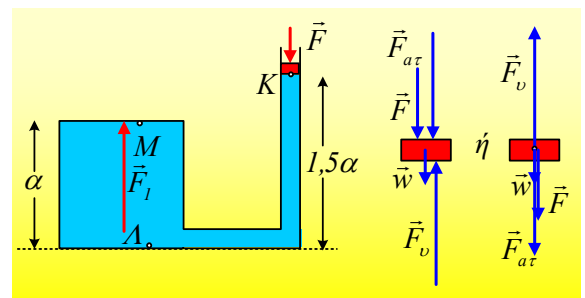
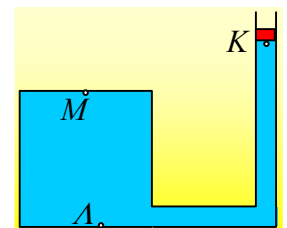
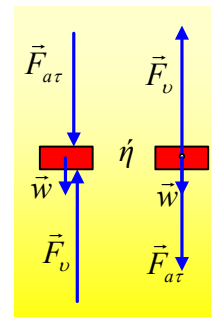
$$p_{\Lambda} = p_K + \rho gh = p_l + \rho gh = p_{ατ} + \frac{w}{A} + 1,5 \rho gα$$

σωστή η δ) πρόταση.

ii) Πριν την άσκηση της δύναμης F, στα σημεία του νερού σε επαφή με την πάνω έδρα του κύβου, έστω ένα τέτοιο σημείο Μ, η πίεση έχει τιμή:

$$p_{\Lambda} - p_M = \rho gh \rightarrow p_M = p_{\Lambda} - \rho gh \text{ ή}$$

$$p_M = p_{ατ} + \frac{w}{A} + 1,5 \rho gα - \rho gα \text{ ή}$$



$$p_M = p_{at} + \frac{w}{A} + 0,5\rho ga$$

Αλλά τότε η πάνω έδρα του κύβου δέχεται δύναμη από το νερό, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω μέτρου:

$$F = p_M \cdot a^2 = \left(p_{at} + \frac{w}{A} + 0,5\rho ga \right) \cdot a^2$$

Τι συμβαίνει, όταν ασκήσουμε μια κατακόρυφη δύναμη F στο έμβολο; Το νερό θεωρείται ασυμπίεστο υγρό, συνεπώς ο όγκος του δεν θα μεταβληθεί και το έμβολο θα ισορροπεί, με την επίδραση των δυνάμεων που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα.

Αλλά τότε από την ισορροπία του εμβόλου έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_v = F_{at} + w + F \rightarrow$$

$$\frac{F_v}{A} = \frac{F_{at}}{A} + \frac{w}{A} + \frac{F}{A} \rightarrow$$

$$p'_K = p_{at} + \frac{w}{A} + \frac{3w}{A} = p_{at} + \frac{4w}{A}$$

Δηλαδή η άσκηση της δύναμης F στο έμβολο, έχει ως άμεσο αποτέλεσμα την αύξηση της πίεσης στο σημείο K του υγρού κατά $\frac{F}{A}$. Συνήθως γράφεται, ότι ασκώντας την εξωτερική δύναμη F, ασκούμε

εξωτερική πίεση $\frac{F}{A}$, πράγμα που δεν είναι σωστό, αφού η πίεση δεν ασκείται. Ασκούμε δύναμη στο

υγρό (μέσω του εμβόλου), οπότε προκαλείται αύξηση της πίεσής του, κατά $\frac{F}{A}$. Αυτή δε η αύξηση

της πίεσης, σύμφωνα με την **Αρχή του Pascal*** είναι η ίδια για όλα τα σημεία του υγρού! Έτσι τώρα η πίεση σε ένα σημείο του υγρού, έστω σε επαφή με την πάνω έδρα του δοχείου, θα είναι αυξημένη

επίσης κατά $\frac{F}{A}$, θα είναι δηλαδή ίση με $p'_M = p_M + \frac{F}{A} = p_{at} + \frac{4w}{A} + 0,5\rho ga$.

Αλλά τότε η πάνω έδρα του κύβου δέχεται κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω, μέτρου:

$$F' = p'_M \cdot a^2 = \left(p_{at} + \frac{4w}{A} + 0,5\rho ga \right) \cdot a^2$$

Συνεπώς η ασκούμενη δύναμη αυξήθηκε κατά:

$$F' - F = \left(p_{at} + \frac{4w}{A} + 0,5\rho ga \right) \cdot a^2 - \left(p_{at} + \frac{w}{A} + 0,5\rho ga \right) \cdot a^2 \text{ ή}$$

$$\Delta F = \frac{3w}{A} \cdot a^2 = \frac{F}{A} \cdot a^2$$

Σωστή η γ) πρόταση.

Συμπέρασμα:

Η εξάσκηση μιας επιπλέον δύναμης F στο υγρό μέσω του εμβόλου, προκαλεί αύξηση της πίεσης σε κάθε σημείο του κατά $\frac{F}{A}$, συνεπώς και αύξηση της δύναμης που δέχεται μια επιφάνεια, όπως η πάνω έδρα του κυβικού δοχείου, κατά $\frac{F}{A} \cdot \alpha^2$.

Μια εφαρμογή της παραπάνω κατάστασης έχουμε στο υδραυλικό πιεστήριο...

Σχόλιο:

Βέβαια, κάποιος θα μπορούσε να δουλέψει εναλλακτικά ως εξής:

$$p'_M - p'_K = \rho g h_{KM}$$

$$p'_M = p'_K + \rho g \frac{l}{2} a = p_{at} + \frac{3w}{A} + \frac{l}{2} \rho g a = p_M + \frac{3w}{A}$$

dmargaris@gmail.com