

Η πτώση της ράβδου.

Μια ομογενής ράβδος AB στέκεται κατακόρυφη πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Επειδή η θέση ισορροπίας είναι ασταθής, εκτρέποντας ελαφρώς τη ράβδο αυτή αρχίζει να πέφτει.

i) Τη στιγμή που το μέσον της O φτάνει στο δάπεδο, θα βρεθεί:

α) στη θέση Γ, β) στη θέση Β, γ) στη θέση Δ.

ii) Σε μια στιγμή στη διάρκεια της πτώσης, η ράβδος σχηματίζει με το επίπεδο γωνία $\theta=45^\circ$. Αν στη θέση αυτή το μέσον της ράβδου έχει ταχύτητα $v_{cm}=2\text{m/s}$, τότε το άκρο Β έχει ταχύτητα:

α) $v_B=1\text{m/s}$, β) $v_B=2\text{m/s}$, γ) $v_B=4\text{m/s}$,

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Στο σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο σε μια τυχαία θέση. Αφού και οι δύο δυνάμεις είναι κατακόρυφες, εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του κέντρου μάζας έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a_{cm} \rightarrow w - N = m \cdot a_{cm}. \quad (1)$$

Συνεπώς το κέντρο μάζας θα έχει, σε κάθε θέση, κατακόρυφη επιτάχυνση και θα κινηθεί ευθύγραμμα, κτυπώντας στο δάπεδο στην αρχική θέση του άκρου Β. Σωστή η β) πρόταση.

ii) Θεωρώντας την κίνηση της ράβδου σύνθετη, μια μεταφορική και μια στροφική γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το μέσον της O, τότε το άκρο Β θα έχει μια ταχύτητα ίση με v_{cm} , την ταχύτητα του κέντρου μάζας, η οποία με βάση το προηγούμενο ερώτημα θα είναι κατακόρυφη και μια γραμμική ταχύτητα, λόγω της κυκλικής κίνησής του γύρω από το O, όπως στο σχήμα, όπου $v_{\gamma\rho} = \omega \cdot \frac{\ell}{2}$.

Αλλά η $v_{\gamma\rho}$ είναι κάθετη στη ράβδο, συνεπώς σχηματίζει γωνία $\theta=45^\circ$ με την κατακόρυφη διεύθυνση (γωνίες με κάθετες πλευρές). Έτσι αναλύοντάς την σε δυο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη, όπως στο σχήμα, θα πάρουμε δύο συνιστώσες ίσου μέτρου (το παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο). Όμως το άκρο Β δεν κινείται κατακόρυφα, οπότε $v_{\gamma\rho/y} = v_{cm} = 2\text{m/s}$. Αλλά τότε το Β, έχει μόνο οριζόντια ταχύτητα:

$$v_B = v_{\gamma\rho/x} = v_{\gamma\rho/y} = v_{cm} = 2\text{m/s}.$$

Σωστή η β) πρόταση.

