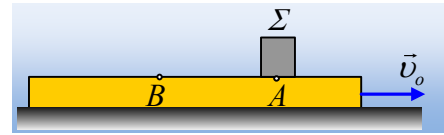


Μια άλλη παραλλαγή σε κάτι γνωστό!

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνει μια σανίδα μάζας $M=8\text{kg}$ με ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$. Σε μια στιγμή αφήνουμε πάνω της, στο σημείο A, ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$, χωρίς αρχική ταχύτητα. Παρατηρούμε ότι το Σ γλιστράει και τελικά σταματά την ολίσθησή του πάνω στη σανίδα, στο σημείο B, όπου $(AB)=2\text{m}$.



- i) Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην ολίσθηση του σώματος Σ .
- ii) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας.
- iii) Η σανίδα και το σώμα Σ αλληλεπιδρούν εξαιτίας των τριβών που εμφανίζονται. Να υπολογιστούν τα έργα που παράγουν οι τριβές σε κάθε σώμα χωριστά.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ (πάνω) και στη σανίδα (κάτω σχήμα).

Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο αφού το διανυσματικό άθροισμα των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενικό. Πράγματι οι εξωτερικές δυνάμεις είναι τα βάρη και η αντίδραση N του οριζοντίου επιπέδου. Αλλά το Σ ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_1 = w_1$.

Αλλά και από την αντίστοιχη ισορροπία της σανίδας έχουμε $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = w + N'_1 = w + w_1$ αφού N_1 και N'_1 έχουν ίσα μέτρα (δράση - αντίδραση). Αλλά τότε η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή:

$$\vec{p}_A = \vec{p}_B \rightarrow$$

$$Mv_0 = (m + M)V_{\kappa} \rightarrow V_{\kappa} = \frac{Mv_0}{m + M} = \frac{8 \cdot 5}{2 + 8} \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

Αλλά τότε η απώλεια της μηχανικής ενέργειας (στην πράξη απώλεια της κινητικής ενέργειας) είναι:

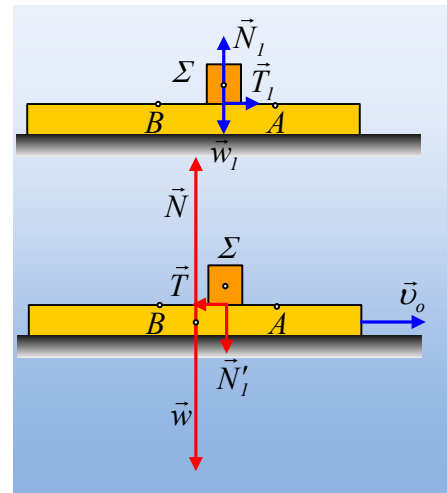
$$\Delta K = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} Mv_0^2 - \frac{1}{2} (M + m)V_{\kappa}^2 \rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} 8 \cdot 5^2 \text{ J} - \frac{1}{2} (8 + 2) 4^2 \text{ J} = 100 \text{ J} - 80 \text{ J} = 20 \text{ J}$$

- ii) Η παραπάνω απώλεια της κινητικής ενέργειας οφείλεται στην ολίσθηση κατά 2m του σώματος Σ πάνω στη σανίδα και εμφανίζεται ως θερμική ενέργεια. Αλλά τότε:

$$\Delta K = Q = Ts \rightarrow$$

$$T = \frac{Q}{s} = \frac{20 \text{ J}}{2 \text{ m}} = 10 \text{ N}$$



$$\text{Αλλά όμως } T = \mu \cdot N_1 \rightarrow \mu = \frac{T}{N_1} = \frac{T}{mg} = \frac{10N}{20N} = 0,5$$

iii) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Σ στη διάρκεια της ολίσθησης:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w1} + W_{N1} + W_{T1} \rightarrow$$

$$W_{T1} = \frac{1}{2} m V_{\kappa}^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 J = 16 J$$

Εφαρμόζουμε τώρα το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη σανίδα στη διάρκεια της ολίσθησης:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w + W_{N'1} + W_N + W_T \rightarrow$$

$$W_T = \frac{1}{2} M V_{\kappa}^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4^2 J - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5^2 J = -36 J$$

Σχόλια:

- 1) Η τριβή που ασκείται στη σανίδα αφαιρεί ενέργεια 36J από αυτήν. Η αντίδρασή της T_1 παράγοντας έργο 16J, σημαίνει ότι μεταφέρει τα 16J στο σώμα Σ. Τα υπόλοιπα (36J-16J=20J) είναι η ενέργεια που αφαιρείται από τη σανίδα, αλλά δεν πηγαίνει στο σώμα Σ και εμφανίζεται ως θερμική ενέργεια.
- 2) Πώς αλλιώς θα μπορούσαν να υπολογιστούν τα παραπάνω έργα; Μελετώντας την κίνηση κάθε σώματος χωριστά. Το σώμα Σ αποκτά επιτάχυνση $a_1 = \frac{T_1}{m} = \frac{10N}{2kg} = 5m/s^2$. Αλλά τότε εκτελεί ευθύγραμμη

ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για την οποία ισχύουν:

$$V_{\kappa} = a_1 \cdot t \text{ και } \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2.$$

$$\text{Από την πρώτη βρίσκουμε } t = \frac{V_{\kappa}}{a_1} = \frac{4}{5} s = 0,8s \text{ οπότε } \Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0,8^2 m = 1,6m.$$

$$\text{Όμοια για τη σανίδα } a = \frac{-T}{M} = \frac{-10N}{8kg} = -1,25m/s^2 \text{ οπότε:}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_2 t^2 = 5 \cdot 0,8m + \frac{1}{2} (-1,25) \cdot 0,8^2 m = 3,6m$$

Αλλά τότε το έργο της τριβής, που ασκείται στο σώμα Σ είναι:

$$W_{T1} = T_1 \cdot \Delta x_1 = 10N \cdot 1,6m = 16J$$

Ενώ το έργο της τριβής που ασκείται στη σανίδα:

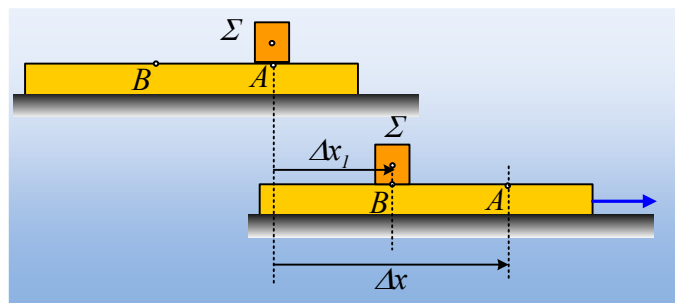
$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ = -T \cdot \Delta x \rightarrow$$

$$W_T = 10N \cdot 3,6m = -36J.$$

Και τότε σε ποιο έργο «κρύβεται» η θερμική ενέργεια; Ας δούμε το διπλανό σχήμα.

Η διαφορά των δύο μετατοπίσεων δίνει:

$\Delta x - \Delta x_1 = 3,6m - 1,6m = 2m$ που δεν είναι τίποτα άλλο από την απόσταση (AB) που γλίστρησε το Σ.



Κατά τη διάρκεια αυτής της ολίσθησης, του τριψίματος των δύο επιφανειών, εμφανίζεται θερμική ενέργεια.

dmargaris@gmail.com