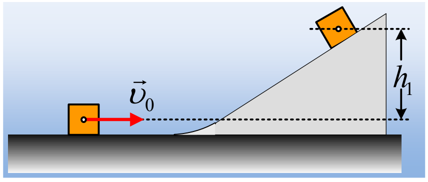
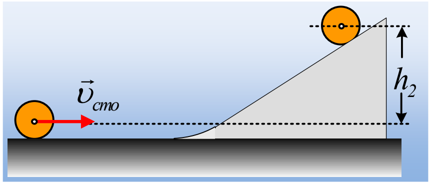
Ποιο σώμα θα φτάσει σε μεγαλύτερο ύψος;

1η παραλλαγή:





Ένα σώμα κυβικού σχήματος ακμής α, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_0. Στην πορεία του συναντά λείο κεκλιμένο επίπεδο, με ομαλή κλίση, ώστε να μπορέσει ομαλά να συνεχίσει την κίνησή του, σε αυτό. Ο κύβος ανέρχεται μέχρι ύψος h_1, πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω.

Κατά μήκος της ίδιας διαδρομής κινείται τώρα ένας κύλινδρος ακτίνας R=α/2, ο οποίος κυλίεται με ταχύτητα κέντρου μάζας $\upsilon_{cm}=\upsilon_0$, ίση με την αρχική ταχύτητα του κύβου.

i) Αν h_2 είναι τώρα το αντίστοιχο μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει ο κύλινδρος, ισχύει:

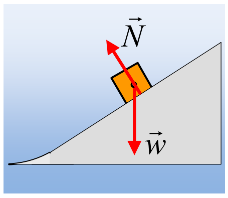
α) $h_1 < h_2$, β) $h_1 = h_2$, γ) $h_1 > h_2$.

ii) Τη στιγμή που ο κύλινδρος σταματά την ανοδική του κίνηση, έχει μηχανική ενέργεια:

α) $E=mgh_1$, β) $E=1{,}5\ mgh_1$, γ) $E=2mgh_1$.

Θεωρείστε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο μάζας του κύβου, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, ενώ για τον κύλινδρο $I= \frac{1}{2} mR^2$.

Απάντηση:

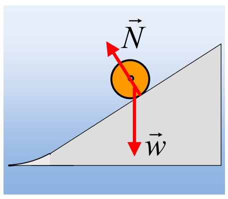


i) Κατά την κίνηση του κύβου, η μηχανική ενέργεια διατηρείται, αφού δέχεται μόνο το βάρος και την κάθετη αντίδραση, η οποία δεν παράγει έργο:

$$K_{αρχ}+U_{αρχ}= K_{τελ}+U_{τελ} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+0=0+mgh_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+0=0+mgh_1 \rightarrow h_1=\frac{\upsilon_0^2}{2g}$$



Αλλά και κατά την κίνηση του κυλίνδρου, δεν ασκείται τριβή ολίσθησης πάνω του από το επίπεδο, οπότε ξανά η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Εξάλλου στον κύλινδρο δεν ασκείται κάποια ροπή, με αποτέλεσμα η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του, να παραμένει σταθερή κατά την άνοδό του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

$$K_{αρχ}+U_{αρχ}= K_{τελ}+U_{τελ} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2+\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}I\omega^2+mgh_2 \to h_2=\frac{\upsilon_{cm}^2}{2g}=\frac{\upsilon_0^2}{2g}=h_1.$$

Σωστή η β) πρόταση.

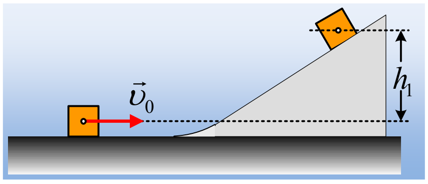
ii) Η τελική μηχανική ενέργεια του κυλίνδρου (ίση και με την αρχική…) είναι:

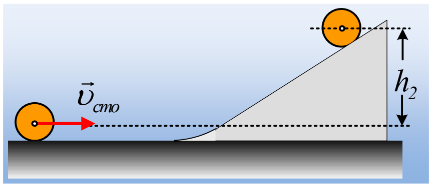
$$E_{M\eta\chi}=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2+\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\omega^2=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2+\frac{1}{4}m\upsilon_{cm}^2=\frac{3}{4}m\upsilon_{cm}^2 \to$$

$$E_{M\eta\chi}=\frac{3}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{(1)} E_{M\eta\chi}=\frac{3}{2}mgh_1$$

Σωστή η β) πρόταση.

2η παραλλαγή:





Ένα σώμα κυβικού σχήματος ακμής α, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_0. Στην πορεία του συναντά λείο κεκλιμένο επίπεδο, με ομαλή κλίση, ώστε να μπορέσει ομαλά να συνεχίσει την κίνησή του, σε αυτό. Ο κύβος ανέρχεται μέχρι ύψος h_1, πριν κινηθεί ξανά προς τα κάτω.

Κατά μήκος παρόμοιας διαδρομής, αλλά που τα επίπεδα (οριζόντιο και κεκλιμένο), δεν είναι λεία, κινείται τώρα ένας κύλινδρος ακτίνας R=α/2, ο οποίος κυλίεται διαρκώς ξεκινώντας με αρχική ταχύτητα κέντρου μάζας $\upsilon_{cm}=\upsilon_0$, ίση με την αρχική ταχύτητα του κύβου.

i) Αν h_2 είναι τώρα το αντίστοιχο μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει ο κύλινδρος, ισχύει:

α) $h_1 < h_2$, β) $h_1 = h_2$, γ) $h_1 > h_2$.

ii) Τη στιγμή που ο κύλινδρος σταματά την ανοδική του κίνηση, έχει μηχανική ενέργεια:

α) $E=mgh_1$, β) $E=1{,}5\ mgh_1$, γ) $E=2mgh_1$.

Θεωρείστε το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο μάζας του κύβου, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, ενώ για τον κύλινδρο $I=½\ mR^2$.

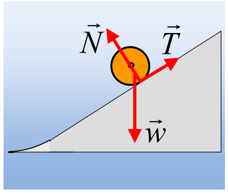
Απάντηση:

i) Όπως και στην προηγούμενη παραλλαγή, για τον κύβο, θα ισχύει:

$$K_{\alpha\rho\chi}+U_{\alpha\rho\chi}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+U_{\tau\varepsilon\lambda} \to$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+0=0+mgh_1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+0=0+mgh_1 \to h_1=\frac{\upsilon_0^2}{2g}$$



Κατά την κίνηση του κυλίνδρου, στο οριζόντιο επίπεδο δεν ασκείται τριβή, οπότε τόσο η ταχύτητα του κ.μ. όσο και η γωνιακή του ταχύτητα παραμένουν σταθερές. Στο κεκλιμένο επίπεδο ασκείται πάνω του τριβή, αλλά αφού κυλίεται, η τριβή θα είναι στατική, οπότε ξανά η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Εξάλλου κάθε στιγμή θα ισχύει $\upsilon_{cm}=\omega R$, με αποτέλεσμα τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του κέντρου μάζας, να μηδενίζεται και η γωνιακή του ταχύτητα.

$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2+\frac{1}{2}I\omega_o^2=0+mgh_2\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\omega^2=mgh_2$$

$$\frac{3}{4}m\upsilon_{cm}^2=mgh_2\rightarrow h_2=\frac{3\upsilon_{cm}^2}{4g}>\frac{2\upsilon_0^2}{4g}=h_1$$

Σωστή η α) πρόταση.

ii) Η τελική μηχανική ενέργεια του κυλίνδρου είναι:

$$E_{Μηχ}=mgh_2=mg\frac{3\upsilon_{cm}^2}{4g}=\frac{3}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2\rightarrow$$

$$E_{Μηχ}=\frac{3}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2\xrightarrow{(1)}E_{Μηχ}=\frac{3}{2}mgh_1$$

Σωστή η β) πρόταση.

dmargaris@gmail.com