

Τι ποσοστό της ενέργειας μεταφέρεται;

Στο αυλάκι μιας τροχαλίας μάζας M , έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου έχουμε προσδέσει ένα σώμα Σ μάζας m . Με τεντωμένο το νήμα, το σώμα Σ βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος και σε μια στιγμή αφήνεται να κινηθεί. Το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ που μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια της τροχαλίας είναι:

$$\alpha) \frac{2M}{M+m} 100\% \quad \beta) \frac{M}{M+2m} 100\%, \quad \gamma) \frac{M}{M+m} 100\%$$

Θεωρείστε ότι η δυναμική ενέργεια του Σ είναι μηδενική, όταν φτάσει στο έδαφος.

Να δικαιολογήστε την επιλογή σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας $I = \frac{1}{2} MR^2$.

Απάντηση:

Όλα τα σημεία του νήματος, έχουν κάθε στιγμή, την ίδια ταχύτητα, συνεπώς και η ταχύτητα του σώματος Σ , είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα του σημείου A , όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε:

$$v_{\Sigma} = v_A \rightarrow v_{\Sigma} = v = \omega \cdot R \quad (1)$$

Κατά τη διάρκεια της πτώσης του σώματος Σ , η μηχανική ενέργεια του συστήματος Σ -τροχαλία διατηρείται. Έτσι ανάμεσα στην αρχική θέση και τη στιγμή που το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος, έχουμε:

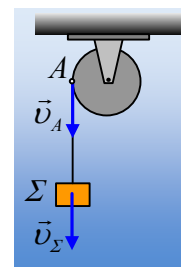
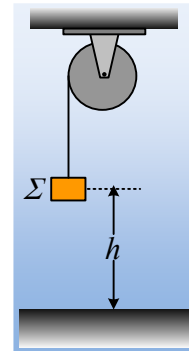
$$\begin{aligned} K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} &= K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \rightarrow \\ 0 + mgh + MgH &= \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + MgH \rightarrow \\ mgh &= \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \end{aligned}$$

Η παραπάνω σχέση μας λέει, ότι η αρχική δυναμική ενέργεια του Σ μετατρέπεται τελικά, σε κινητική ενέργεια του ίδιου και της τροχαλίας. Εξάλλου για το λόγο των δύο κινητικών ενεργειών, με τη βοήθεια της σχέσης (1), έχουμε:

$$\frac{K_{\text{τρ}}}{K_{\Sigma}} = \frac{\frac{1}{2} I \omega^2}{\frac{1}{2} m v^2} = \frac{\frac{1}{2} MR^2 \omega^2}{m v^2} = \frac{M v^2}{2 m v^2} = \frac{M}{2m}$$

Αλλά από τις ιδιότητες των αναλογιών ξέρουμε ότι:

$$\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \leftrightarrow \frac{a}{a+\beta} = \frac{\gamma}{\gamma+\delta} \rightarrow$$



$$\frac{K_{\tau\rho}}{K_{\Sigma} + K_{\tau\rho}} = \frac{M}{M + 2m} \quad \text{ή}$$

$$\frac{K_{\tau\rho}}{U_{\text{αρχ}}} = \frac{M}{M + 2m}$$

Αλλά τότε το ζητούμενο ποσοστό, της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ, που μεταφέρεται στην τροχαλία (μέσω του έργου της τάσης του νήματος), θα είναι:

$$\pi = \frac{K_{\tau\rho}}{U_{\text{αρχ}}} 100\% = \frac{M}{M + 2m} 100\%$$

Συνεπώς σωστή είναι η β) εκδοχή.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης